Übungsblatt 21	Hilfsmittelfreie Abituraufgaben: Analytische Geometrie I			
Fach: Mathematik	Klasse: 12/13	Schwierigkeitsgrad: ●●●● Prüfung	Bearbeitungszeit: 60 min	Lösungen: Hier

Stichworte: Ebenen · Geraden · Skalarprodukt · Kollinearität · Schnittpunkte · LGS

open mathcourse

Aufgabe 1. **[5 Punkte]**

Die Gerade g sowie die Ebenen E und F sind gegeben:

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \qquad E:\ 2x - y - 3z = 0\ ; \qquad F:\ -1x + 4y - 2z = 7,5\ .$$

a) Berechnen Sie das Skalarprodukt zwischen dem Richtungsvektor von g und einem Normalenvektor von E und interpretieren Sie dieses Ergebnis geometrisch.

b) Zeigen Sie, dass der Richtungsvektor von g und ein beliebiger Normalenvektor von F kollinear sind und interpretieren Sie dieses Ergebnis geometrisch.

c) Berechnen Sie den gemeinsamen Punkt P von g und F.

Aufgabe 2. **[5 Punkte]**

Die Ebene $A : -x + 2y - 2z = -6$ und der Punkt $B_1(0|4|-2)$ sind gegeben. Wird der Punkt B_1 an der Ebene A gespiegelt, so ergibt sich Punkt B_2. Berechnen Sie die Koordinaten von B_2.

Aufgabe 3. **[5 Punkte]**

a) Berechnen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems (LGS).

$$\begin{array}{rl} \text{I} & x + 2y - z = -1 \\ \text{II} & \frac{1}{2}x - 2y \quad = \quad 3 \\ \text{III} & 4x + 5y \quad = \quad 3 \end{array}$$

b) Durch Parametrisierung des LGS aus 3a) mit $a, b \in \mathbb{R}$ ergibt sich das folgenden LGS:

$$\begin{array}{rl} \text{I} & x + 2y - z = -1 \\ \text{II} & \frac{1}{2}x - 2y \quad = \quad 3 \\ \text{III} & \frac{1}{2}x + ay \quad = \quad 2b \end{array}$$

Geben Sie jeweils ein mögliches Wertepaar a_1, b_1 an, sodass das LGS unlösbar ist und jeweils ein mögliches Wertepaar a_2, b_2, sodass das LGS unendlich viele Lösungen besitzt.