


Übungsblatt 20		Hilfsmittelfreie Abituraufgaben: Analysis				
Fach Mathematik	Klasse 12/13	Schwierigkeitsgrad ● ● ● ● ● Prüfung	Bearbeitungszeit ⌚ ⌚ ⌚ 60 min	Lösungen Hier		
Stichworte						
Analysis	Integrale	Ableitungen	Standardsymmetrien	Tangente	Untersumme	

Aufgabe 1. [5 Punkte]
 In der folgenden Abbildung 1 ist der Graph der Funktion $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ dargestellt.

- a) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von g und der x -Achse im Intervall $[0; 3]$ näherungsweise. Nutzen Sie die in Abbildung 1 eingezeichneten Rechtecke.
- b) Berechnen Sie nun den exakten Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Graphen von g und der x -Achse im Intervall $[0; 3]$.
- c) Bestimmen Sie die prozentuale Abweichung des genäherten Ergebnisses aus Aufgabe 1a) vom exakten Ergebnis aus Aufgabe 1b).

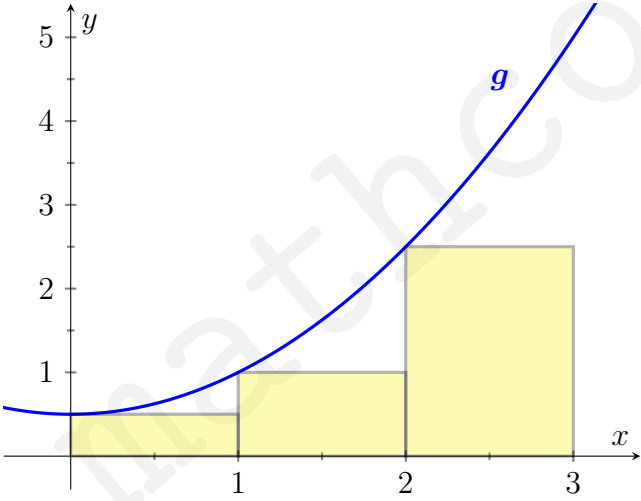


Abbildung 1: Graph der Funktion $g(x)$.





Aufgabe 2.

[5 Punkte]

Abbildung 2 zeigt die Graphen der vier ganzrationalen Funktionen $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$ und $d(x)$.

- a) Wird die erste Ableitung von d gebildet, so ergibt sich eine der drei Funktionen a , b oder c . Ordnen Sie d die korrekte erste Ableitungsfunktion zu und begründen Sie Ihre Wahl.
- b) Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung in Linearfaktordarstellung für die Funktion b .

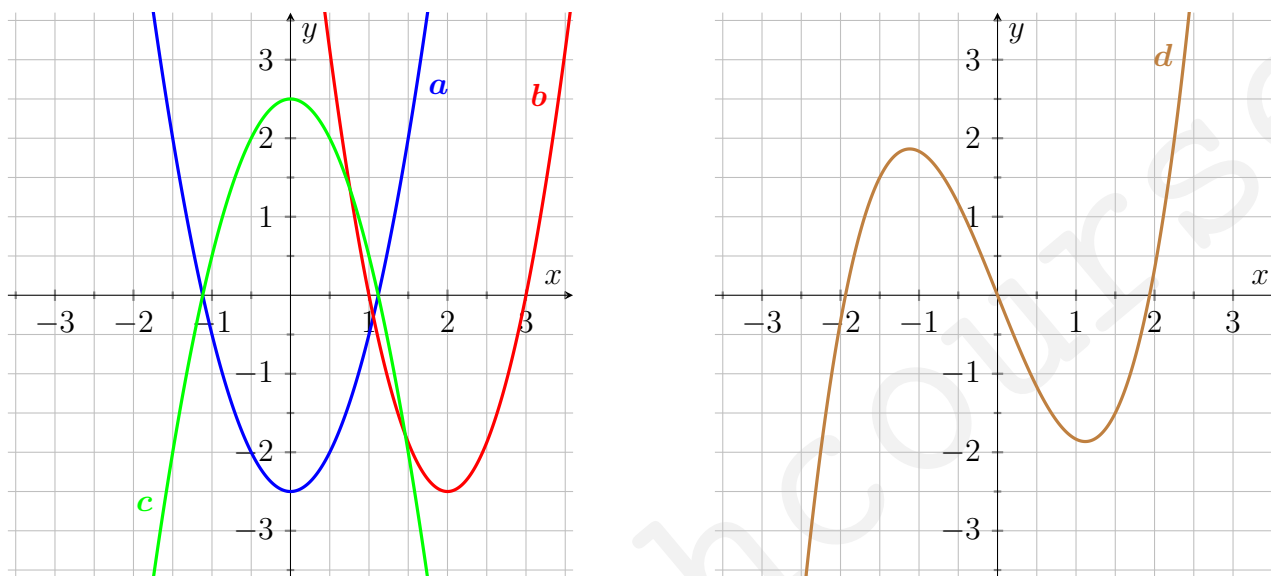
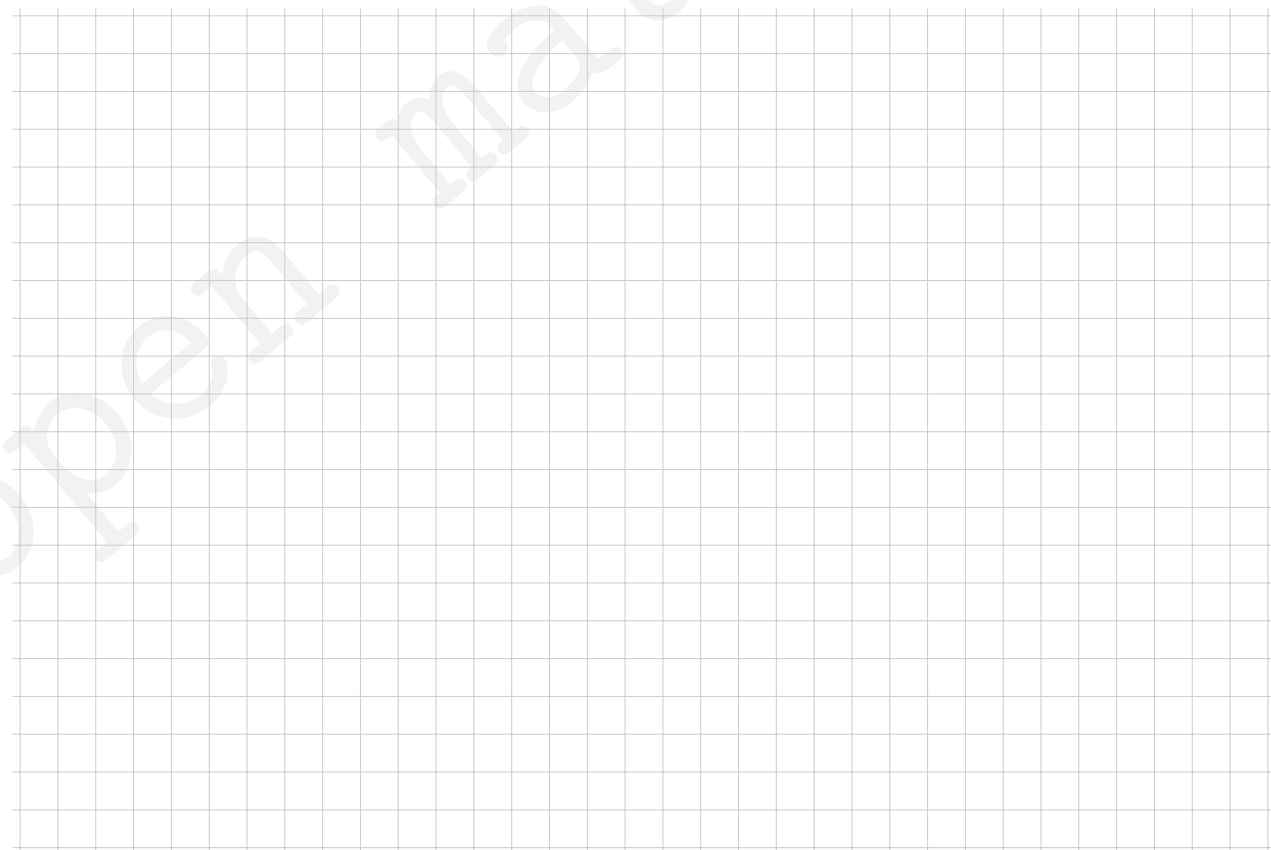


Abbildung 2: Graphen der Funktionen a , b und c links sowie Graph der Funktion d rechts.



LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN

LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN

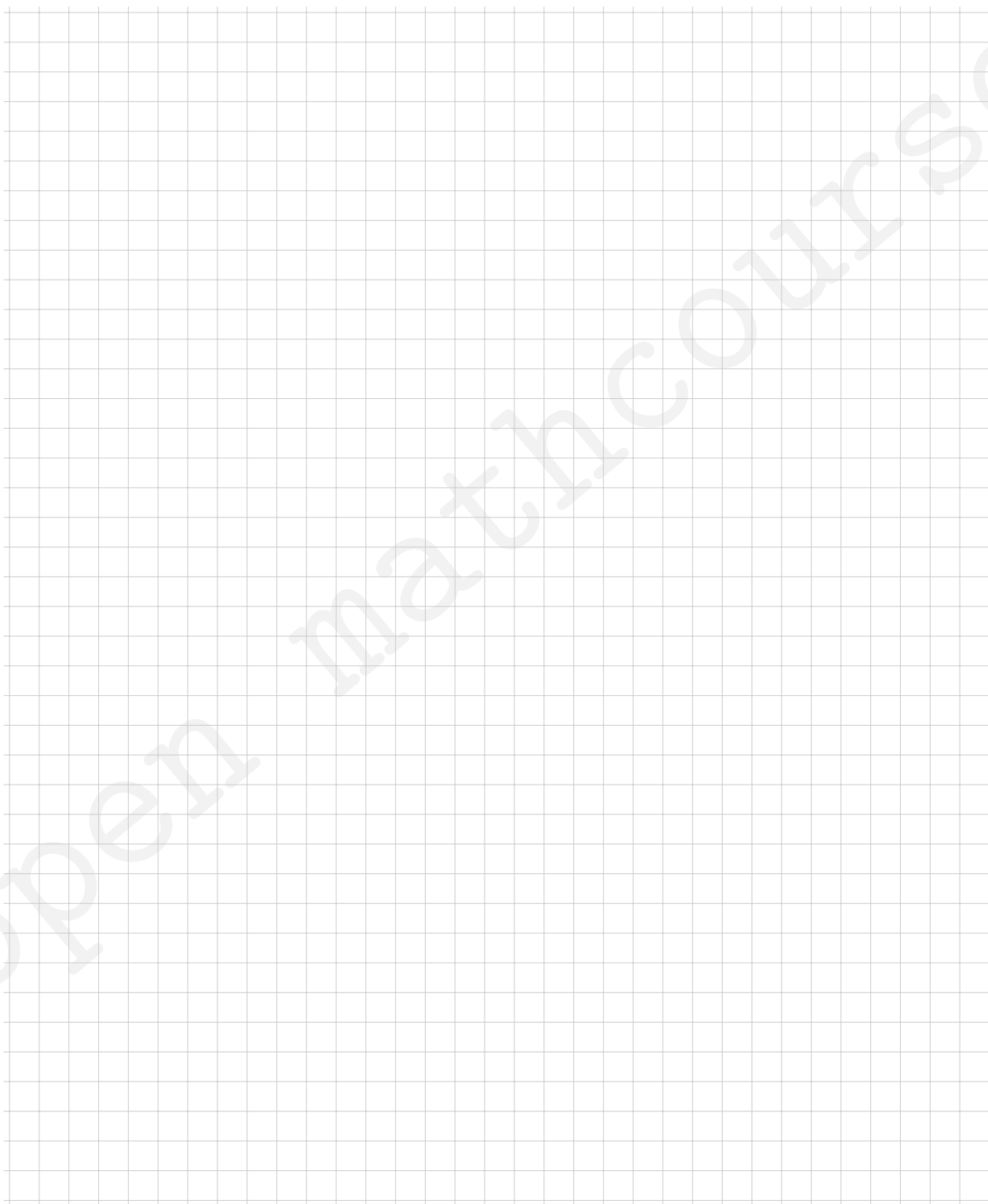


Aufgabe 3.

[5 Punkte]

Die Funktion $f(x) = -2x^3 + 18x$ ist in \mathbb{R} definiert.

- a) Begründen Sie, dass der Graph von f punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung ist.
- b) Der Graph der Funktion f schließt mit der x -Achse eine Fläche mit dem Flächeninhalt A ein, die aus zwei Teilflächen besteht. Berechnen Sie den Flächeninhalt A .



LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN

LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN



Aufgabe 4.

[5 Punkte]

Die in \mathbb{R} definierten Funktionen j und k sind gegeben. Abbildung 3 zeigt den Graphen von j .

- a) Bestimmen Sie grafisch einen Näherungswert des Integrals

$$\int_1^3 j(x) dx .$$

- b) Der Graph der Funktion k kann aus dem Graphen der Funktion j mit $k(x) = j(-x) + 1$ erzeugt werden. Beschreiben Sie anschaulich, wie der Graph von k aus dem Graphen von j entsteht. Geben Sie außerdem die Koordinaten des Hochpunktes der Funktion $k(x)$ an.

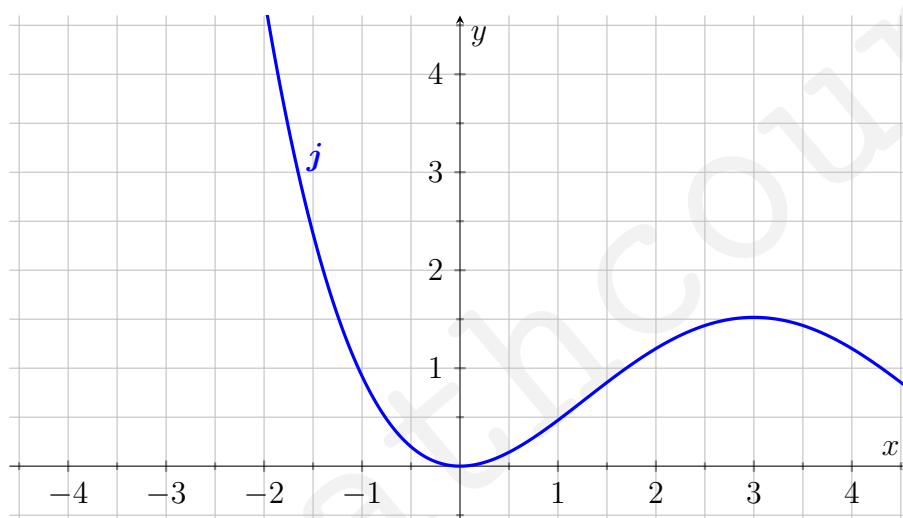
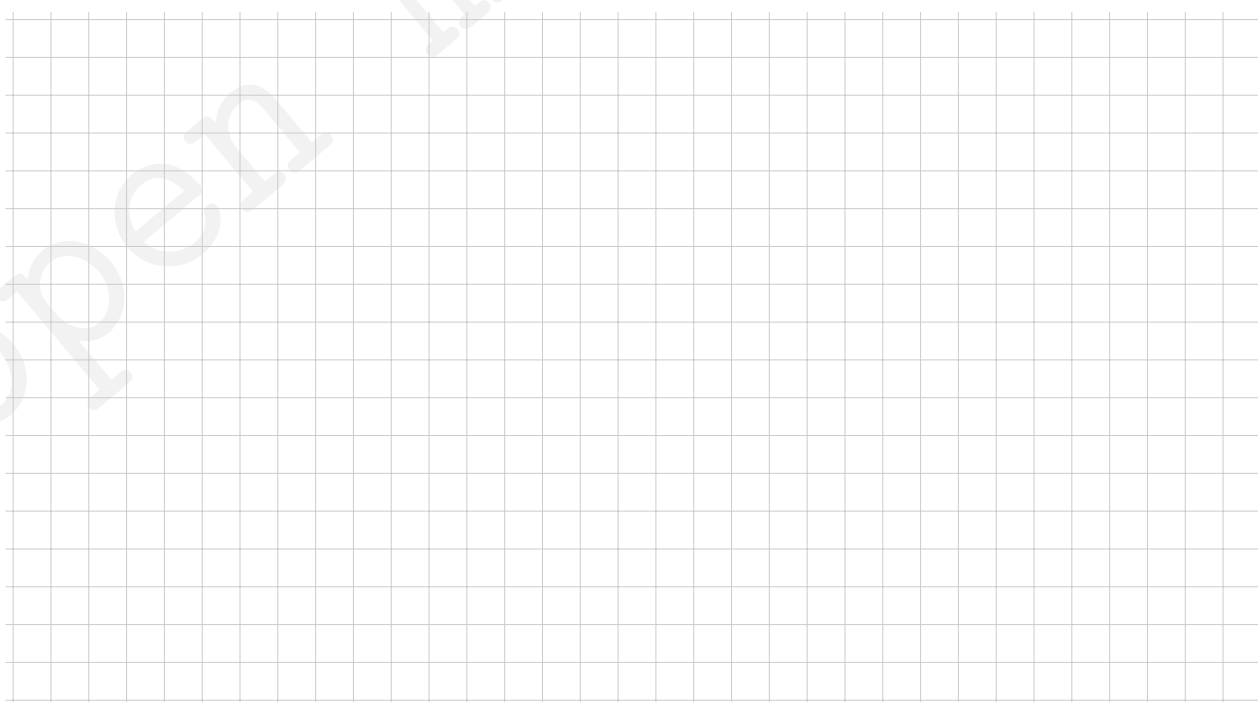


Abbildung 3: Graph der Funktion j .





Aufgabe 5.

[5 Punkte]

Gegeben ist die Parabel $s(x) = -\frac{2}{5}x^2$. In Abbildung 4 sind die Graphen von s und der Tangente t am Graphen s an der Stelle $x_0 = -2,5$ dargestellt.

- Ermitteln Sie anhand von Abbildung 4 die Funktionsgleichung der Tangente $t(x)$.
- Zeigen Sie, dass für jeden Wert $u \in \mathbb{R}$ die Tangente an den Graphen von s im Punkt $(u|s(u))$ die y -Achse im Punkt $(0| -s(u))$ schneidet.

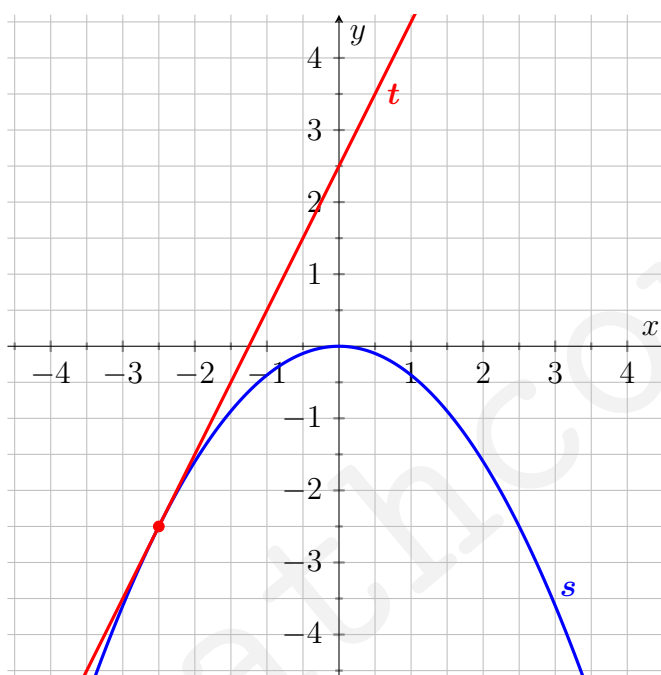
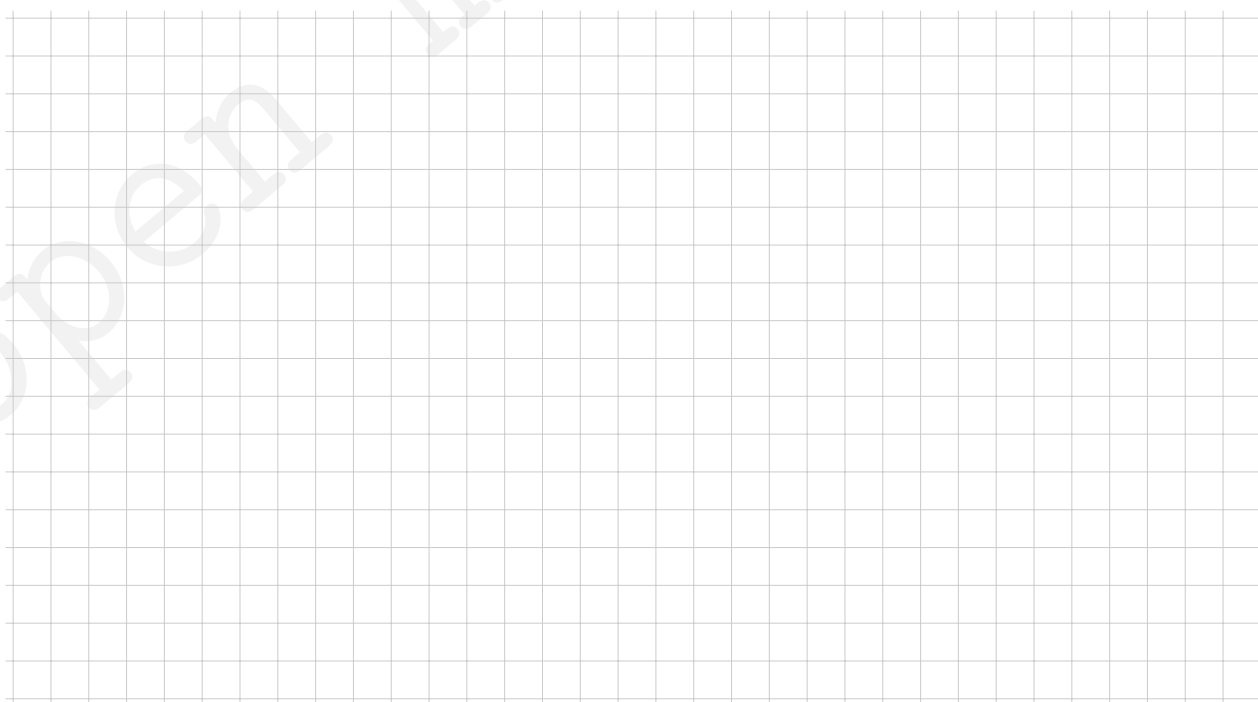
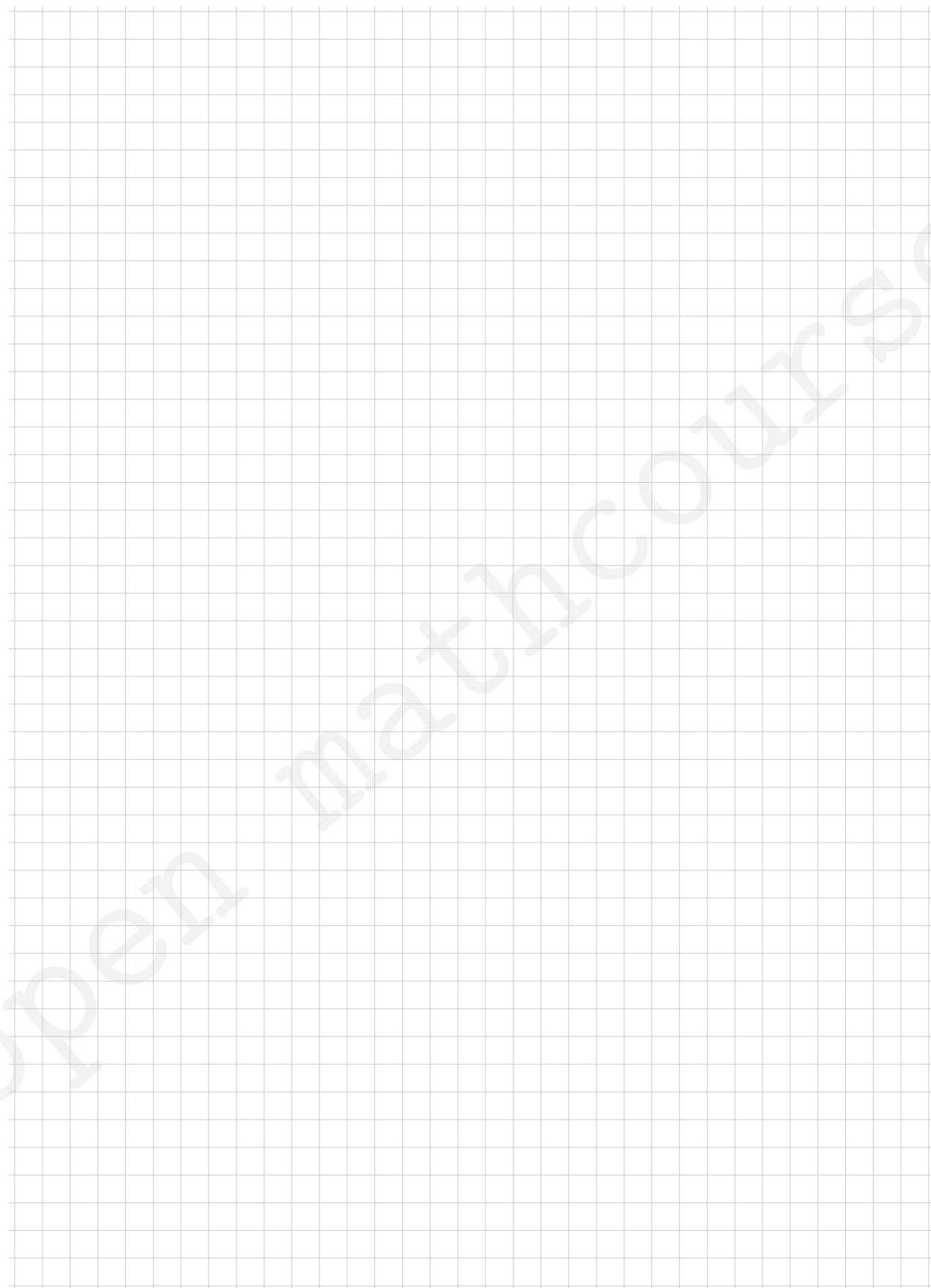


Abbildung 4: Graph der Funktion s und der Tangente t .



LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN

LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN



LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN

LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN LÖSUNGEN



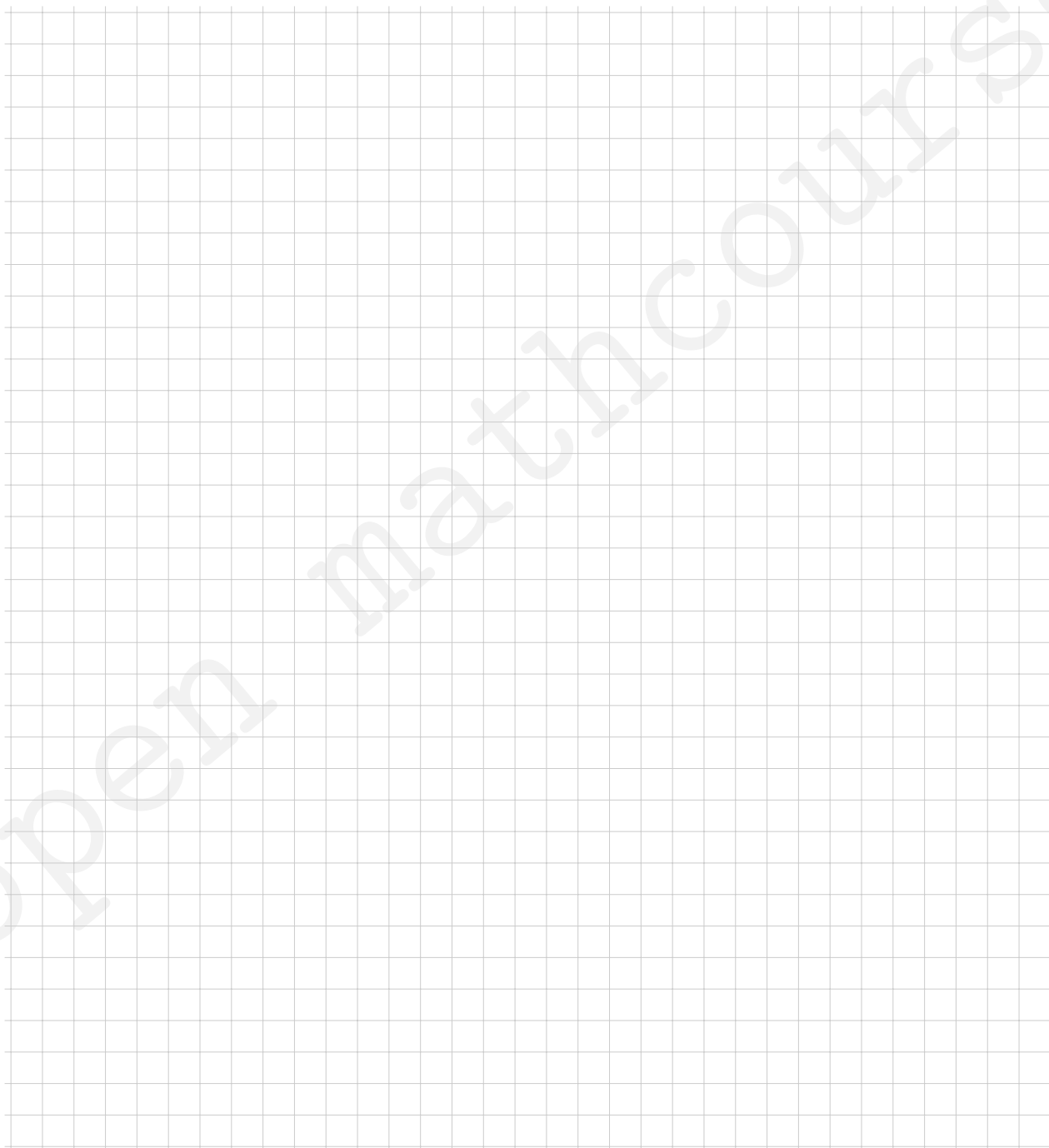
Aufgabe 6.

[5 Punkte]

Ein Flugzeug startet um 08:00 Uhr und landet um 11:00 Uhr. Die Flughöhe über dem Boden kann während dieses Flugs durch die Funktion

$$h(t) = -t^3 + 9t$$

modelliert werden. Dabei ist t die Zeit in Stunden nach dem Start und $h(t)$ die Flughöhe in Kilometern. Berechnen Sie $h(2)$ und $h'(2)$ und erläutern Sie die Bedeutung beider Ergebnisse im Sachzusammenhang.





Aufgabe 7.

[5 Punkte]

Der Graph der Funktion $m(x) = 2x^3 - 4x - 1$ ist in Abbildung 5 dargestellt.

- a) Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_{-1}^1 m(x) dx$$

und erklären Sie mit Hilfe von Abbildung 5, warum das Ergebnis negativ ist.

- b) Die Funktion $p(x)$ entsteht aus der gegebenen Funktion durch eine Verschiebung um eine Längeneinheit nach oben entlang der y -Achse. Geben Sie den Wert des analogen Integrals

$$\int_{-1}^1 p(x) dx$$

ohne Rechnung an.

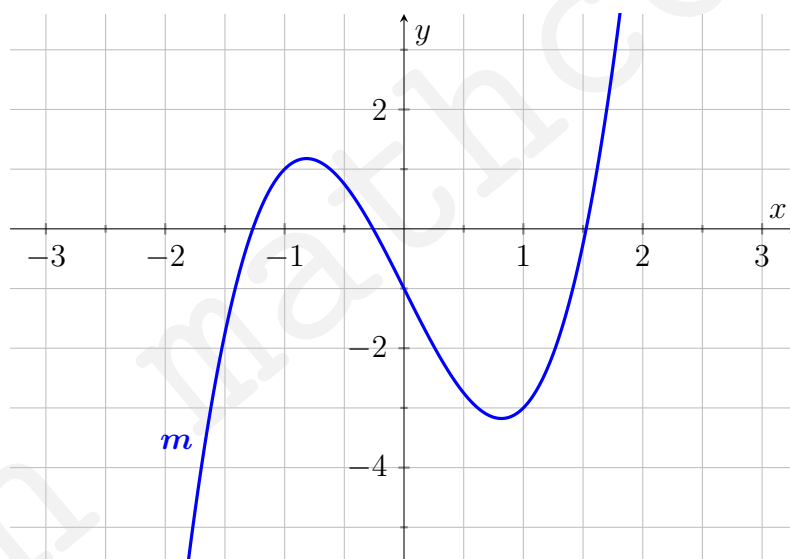


Abbildung 5: Graph der Funktion m .



